

MAT 211 ANALİZ III QUIZ SORULARI

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin(n^3)}{e^n + \sqrt{n}}$ serisinin karakterini belirleyiniz. (50 PUAN)
- 2) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+|x|} dx$ has olmayan integralinin karakterini belirleyiniz, varsa Cauchy esas değerini bulunuz. (50 PUAN)

Not: Süre 40 dakikadır.

Arş. Gör. Dr. Nilay DEĞİRMEN

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin(n^3)}{e^n + \sqrt{n}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Gözüm: Seri pozitif termlidir.

$$\frac{2 + \sin(n^3)}{e^n + \sqrt{n}} \leq \frac{2+1}{e^n + \sqrt{n}} = 3 \cdot \frac{1}{e^n + \sqrt{n}} < 3 \cdot \frac{1}{e^n} = 3 \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^n$$

ve $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^n$ serisi yakınsak ($\frac{1}{e} < 1$) olduğundan karşılaştırma testi gereği verilen seri yakınsaktır.

2) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+|x|} dx$ hos olmayan integralinin karakterini belirleyiniz, varsa Cauchy esas değerini bulunuz.

Gözüm: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+|x|} dx = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{1-x} dx + \int_0^{\infty} \frac{1}{1+x} dx$

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1-x} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 \frac{1}{1-x} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} -\ln|1-x| \Big|_a^0$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} (-\ln 1 + \ln|1-a|)$$

$$= \infty$$

olduğundan $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1-x} dx$ integrali iraksaktır. Dolayısıyla $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+|x|} dx$

integrali de iraksak olur.

$$\text{CED } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+|x|} dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[\int_{-R}^0 \frac{1}{1-x} dx + \int_0^R \frac{1}{1+x} dx \right]$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[(-\ln|1-x|) \Big|_{-R}^0 + (\ln|1+x|) \Big|_0^R \right]$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[\underbrace{-\ln 1}_{=0} + \ln|1+R| + \ln|1+R| - \underbrace{\ln 1}_{=0} \right]$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} 2 \ln|1+R| = \infty$$